

Das ganz große Einmaleins

[Quelle: DIE ZEIT Nr. 49, 27. November 2008]

Die Multiplikation zweier Zahlen ist eine elementare Rechenoperation. Jedoch: Um sehr große Zahlen zu multiplizieren benötigt man neue Algorithmen.

Die klassische Multiplikation

Das Malnehmen wie wir es aus der Schule kennen. Der linke Faktor wird mit jeder Ziffer des rechten Faktors multipliziert. Bei der Multiplikation zweier vierstelliger Zahlen ergibt das 16 elementare Multiplikationen. Wenn man also zwei Zahlen mit jeweils n Zahlen multipliziert ergeben das zusammen n² elementare Multiplikationen (und noch einige Additionen)

7641 x 8512

$$\begin{array}{r} 61128 \\ 38205 \\ 7641 \\ 15282 \\ \hline \underline{\underline{65040192}} \end{array}$$

Die Bauern Multiplikation

Die linke Zahl immer weiter halbieren, gegebenenfalls abrunden. Die rechte Zahl jeweils verdoppeln. Steht links eine gerade Zahl, streicht man die rechte. Die nicht gestrichenen addieren – fertig.

7641	x	8512
3820		17024
1910		34048
955		68096
477		136192
238		272384
119		544768
59		1089536
29		2179072
14		4358144
7		8716288
3		17462576
1		34865152
		<u><u>65040192</u></u>

Der Karatsuba – Algorithmus

Die Faktoren werden jeweils in zwei kleinere Zahlen aufgespaltet. Daraus werden die Werte A, B und C berechnet, aus denen sich die Lösung ergibt. Es müssen weniger Multiplikationen gerechnet werden, hier nur 14.

7641 x 8512

$$A = 76 \times 85 = 6460$$

$$B = 41 \times 12 = 492$$

$$C = (76 + 41) \times (85 + 12) = 117 \times 97 = 11349$$

$$A \times 10000 + (C - A - B) \times 100 + B = 64600000 + 439700 + 492 = \underline{\underline{65040192}}$$

Stand heute (Ende 2008): Die Multiplikation zweier Zahlen mit je einer **Milliarde** Stellen dauert auf einem schnellen Rechner nach der Schulbuchmethode **42 Tage**, mit der Karatsuba Methode knapp **3 Stunden** und mit einer neuen Methode von Schönhage und Strassen (zu kompliziert um hier zu erklären) liegt das Ergebnis in weniger als **2 Minuten** vor.

Und noch eine die mir Benno gezeigt hat (Danke):

Klappt ganz gut bei zwei Zahlen die nahe bei der 1000 liegen:

Also: z.B.: 988 x 992

Untereinander:

1. Schritt

988 Differenz bis 1000 → 12
992 992 - 12 = **980**

Lösung:

Zweiter Schritt:

980 096

992 Differenz bis 100 → 8
 Jetzt 12 x 8 = **96**

Nochmal:

995 x 985

995 5
985 985 - 5 = **980** (HTer, ZTer, Ter)

985 15
 15 x 5 = **75** (Her, Zer, Eer)

→ Lösung **980 075**

Und noch eine:

988 12
989 989 - 12 = **977**

989 11
 11 x 12 = **132**

→ Lösung **977 132**

Wenn man wissen will warum das funktioniert:

$$988 = (1000 - 12)$$

$$989 = (1000 - 11)$$

$$\text{Also: } (1000 - 12)(1000 - 11)$$

$$1.000.000 - 11.000 - 12.000 + (11 \cdot 12)$$

Jetzt mach dir darüber einfach noch mal ein paar Gedanken 😊