

Anzahl der Lösungen bei gemischt-quadratischen-Gleichungen

Bei gemischt quadratischen Gleichungen kann es passieren das du eine unterschiedliche Anzahl von Lösungen erhältst.

"Normalerweise" bekommst du nach Anwendung der pq-Formel 2 Lösungen. Es kann aber auch sein, dass du nur eine oder gar keine Lösung bekommst.

Woran liegt das?

Schauen wir uns Beispiele an:

Beispiel für 2 Lösungen:

$$\begin{aligned}x^2 - 5x - 6 &= 0 \\x_1 &= 6; x_2 = -1 \\L &= \{-1; 6\}\end{aligned}$$

Löse mit der pq-Formel
Du erhältst 2 Lösungen
Die Lösungsmenge ist -1 und 6

Beispiel für eine Lösung:

$$\begin{aligned}x^2 + 8x + 16 &= 0 \\x_{1/2} &= -4 \pm \sqrt{16 - 16} \\x_1 &= -4 \pm 0 \\L &= \{-4\}\end{aligned}$$

Löse mit der pq-Formel
Du erhältst als Lösung -4
Lösungsmenge ist -4

Beispiel für keine Lösung:

$$\begin{aligned}x^2 + 8x + 24 &= 0 \\x_{1/2} &= -4 \pm \sqrt{16 - 24} \\x_{1/2} &= -4 \pm \sqrt{-8} \\L &= \{\}\end{aligned}$$

Löse mit der pq-Formel

Da du aus (-8) keine Wurzel ziehen kannst (der Taschenrechner zeigt ERROR an) ist hier Schluss. Die Gleichung lässt sich nicht lösen.
Die Lösungsmenge ist leer!

Die Anzahl der Lösungen hängt also davon ab, welcher Term unterhalb des Wurzelzeichens steht. Diesen Term nennt man **Diskriminante**.

Ist die Diskriminante positiv hat deine Gleichung 2 Lösungen, ist sie "Null" gibt es nur eine Lösung und ist sie negativ hat die Gleichung keine Lösung.

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \text{ ist die Diskriminante (D)}$$

D > 0 2 Lösungen Diskriminante ist größer 0 also POSITIV

D = 0 eine Lösung Diskriminante ist 0

D < 0 keine Lösung Diskriminante ist kleiner 0 also NEGATIV